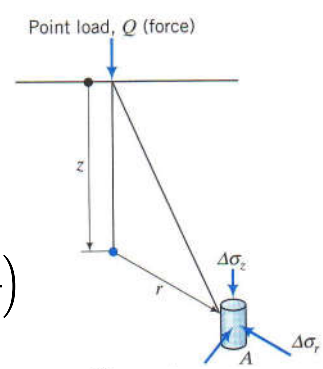
Elementos de contorno
Un ejercicio elemental

Dr. Alejo O. Sfriso
Universidad de Buenos Aires — materias.fi.uba.ar/6408 — asfriso@fi.uba.ar
SRK Consulting (Argentina) — latam.srk.com — asfriso@srk.com.ar
AOSA — www.aosa.com.ar — asfriso@aosa.com.ar

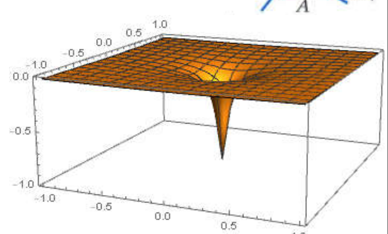
Solución analítica para fuente puntual: teoría de Boussinesq



- $\sigma_z = \frac{3Q}{2\pi z^2}\left(\frac{1}{1+(r/z)^2}\right)^{5/2}$
- $\sigma_r = \frac{Q}{2\pi}\left(\frac{3r^2 z}{(r^2+z^2)^{5/2}} - \frac{1-2v}{r^2+z^2+z(r^2+z^2)^{1/2}}\right)$
- $\sigma_\theta = -\frac{Q}{2\pi}\left(\frac{(1-2v)z}{(r^2+z^2)^{3/2}} - \frac{1-2v}{r^2+z^2+z(r^2+z^2)^{1/2}}\right)$
- $\sigma_{rz} = \frac{3Q}{2\pi}\left(\frac{rz^2}{(r^2-z^2)^{5/2}}\right)$

Se resuelve el problema elástico y se integra entre ρ e ∞

- $\delta_z = \frac{Q(1+\nu)}{2\pi E}\frac{2(x^2+y^2)(1-\nu)+\rho^2(3-2\nu)}{(x^2+y^2+\alpha^2)^{3/2}}$



Método de elementos de contorno - Ejercicio elemental

Aplicación a base flexible

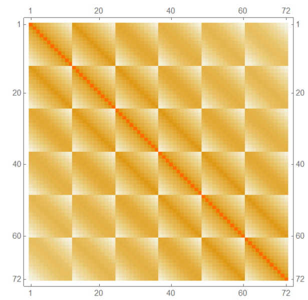
Base flexible de 6m x 12m dividida en 72 celdas de 1m x 1m

$$\text{Coord} = \text{Flatten}\left[\text{Table}\left[\left\{\frac{\text{Bx}}{\text{nx}}\left(\text{i}-\frac{1}{2}\right), \frac{\text{By}}{\text{ny}}\left(\text{j}-\frac{1}{2}\right), \frac{\text{Bx}}{\text{nx}}, \frac{\text{By}}{\text{ny}}\right\}, \{\text{i}, 1, \text{nx}\}, \{\text{j}, 1, \text{ny}\}\right], 1\right]$$

Cálculo de la matriz de flexibilidad

```
Flex = Table[δz[1, Coord[[i]], Coord[[j]]], {i, 1, nx ny}, {j, 1, nx ny}]
```

La matriz de flexibilidad (72x72) tiene todos sus valores no nulos porque una carga en un punto produce desplaza-mientos no nulos en todos los nodos



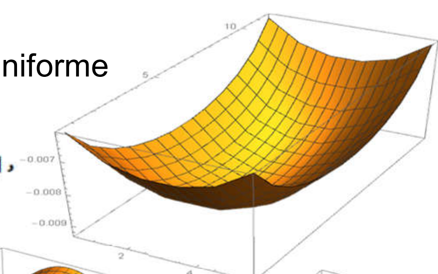
3

Método de elementos de contorno - Ejercicio elemental

Aplicación a base flexible

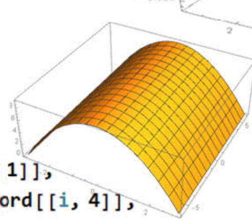
Desplazamientos para presión uniforme

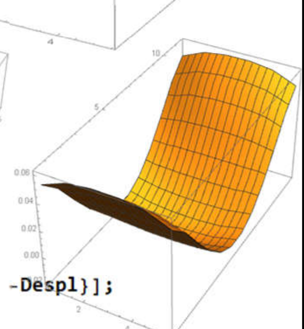
```
Presion[x_, y_] = 1;
Carga = Table[Presion[Coord[[i, 1]],
Coord[[i, 2]]] Coord[[i, 3]] Coord[[i, 4]],
{i, 1, nx ny}];
Despl = Flex.Carga;
```



Desplazamientos para presión parabólica

```
Presion[x_, y_] = 9 - (6 - y)^2;
Carga = Table[Presion[Coord[[i, 1]],
Coord[[i, 2]]] Coord[[i, 3]] Coord[[i, 4]],
{i, 1, nx ny}];
Despl = Flex.Carga;
Salida = Transpose[{Coord[[All, 1]], Coord[[All, 2]], -Despl}];
ListPlot3D[Salida, BoxRatios → {Bx, By}]
```





4

Aplicación a base rígida

srk

Baricentro de la base

```
Xb = Sum[Coord[[i, 1]] Coord[[i, 3]] Coord[[i, 4]], {i, 1, nx ny}] / Sum[Coord[[i, 3]] Coord[[i, 4]], {i, 1, nx ny}];
Yb = Sum[Coord[[i, 2]] Coord[[i, 3]] Coord[[i, 4]], {i, 1, nx ny}] / Sum[Coord[[i, 3]] Coord[[i, 4]], {i, 1, nx ny}];
```

Matriz de rigidez

```
Despl = Table[1, {i, 1, nx ny}];
Carga = LinearSo
Rigidez[[1, 1]]
Rigidez[[2, 1]]
Rigidez[[3, 1]]
```

```
Despl = Table[(Coord[[i, 1]] - Xb), {i, 1, nx ny}];
Carga = LinearSo
Rigidez[[1, 2]]
Rigidez[[2, 2]]
Rigidez[[3, 2]]
```

```
Despl = Table[(Coord[[i, 2]] - Yb), {i, 1, nx ny}];
Carga = LinearSolve[Flex, Despl];
Rigidez[[1, 3]] = Total[Carga];
Rigidez[[2, 3]] = Carga.(Coord[[All, 1]] - Xb);
Rigidez[[3, 3]] = Carga.(Coord[[All, 2]] - Yb);
```


Método de elementos de contorno - Ejercicio elemental

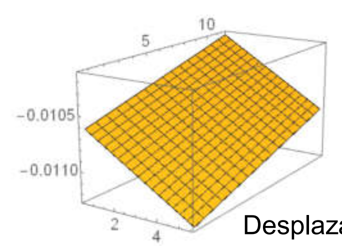
Aplicación a base rígida

srk

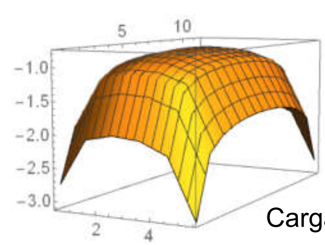
Cálculo de desplazamientos para una carga cualquiera

```
{δz, ϕx, ϕy} = Inverse[Rigidez].{Nz, Mx, My};
Despl = Table[δz + ϕx (Coord[[i, 1]] - Xb) + ϕy (Coord[[i, 2]] - Yb), {i, 1, nx ny}];
Carga = LinearSolve[Flex, Despl];
Print["Cargas: {Nz,Mx,My}=", {Nz, Mx, My}];
Print["Desplazamientos: {δz,ϕx,ϕy}=", {δz, ϕx, ϕy}];

Cargas: {Nz,Mx,My}={100., 10., -10.}
Desplazamientos: {δz,ϕx,ϕy}={0.0106987, 0.000128754, -0.0000435944}
```



Desplazamientos



Cargas